

附件五之一

彰化縣 112 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選
作品說明書（封面）

作品編號：（由承辦單位編列）

組別：國小組

數學類

國中組

自然、科技類

人文社會類

作品名

稱：深奧的數學分數卡

◎封面切勿出現校名、作者、校長及指導者姓名，違者不予收

彰化縣 112 學年度國民中小學學生獨立研究作品徵選 作品說明書

第一階段 研究訓練階段（教師撰寫）

一、近二年學校獨立研究課程之規劃

本校自三年級起提供資優學生相關課程服務，主要切分為兩大部分：研究技能訓練與獨立研究實踐。

課程目標：（一）能體驗發現及解決問題的過程。

（二）能熟練某領域的知識。

（三）能學會研究所需技能。

（四）能依個人興趣拓展相關知識。

（五）能培養正確與積極的研究態度。

（六）能學會與人分工合作的正確態度。

課程大綱如下圖：



二、學校如何提供該生獨立研究訓練

學校在安排獨立研究課程時，按照學生年級切分為三年級、四年級，以及高年級三層次，說明如下：

- (一) 三年級：針對三年級的資優生，會設計與學科相關的課程以拓展其知識基礎，每週安排兩節主題探索課程，主要在研究技巧的訓練方面，讓學生學習文書處理、資料蒐集與整理方法、圖書館運用、觀察與做筆記的能力、晤談方法。在資源教室的充實活動中，提供一般探索機會，搭配如數位相機、顯微鏡、簡單科學實驗技術等的操作練習。每年安排參訪多場展覽，讓學生能找出研究興趣與觀摩優秀作品，並隨時記錄有興趣的主題。
- (二) 四年級：在學科加深加廣方面與三年級相同，但進入此階段，學生已開始針對有興趣的主題進行研究，而非單純只蒐集資料。每週兩節課的獨立研究課程，四年級資優生主要擔任研究協助者，配合學長姐的引導，協助研究觀察與記錄工作，對於了解實際研究歷程與重點事項，是很重要的訓練。
- (三) 高年級：每週進行兩節課的獨立研究課程，實際進行研究，在教師協助下，完成「訂定主題」、「擬定工作進度與分配」、「擬定研究問題」、「蒐集資料與整理」、「尋求資源」、「實際研究與記錄」、「研究討論與發現」、「撰寫書面報告與分享」之流程。在此階段，教師的角色會依據學生能力，慢慢減少干預，擔任引導討論與技術指導工作，掌握學生計畫安排與實際進度是否得宜，並在學生完成報告時協助修改。

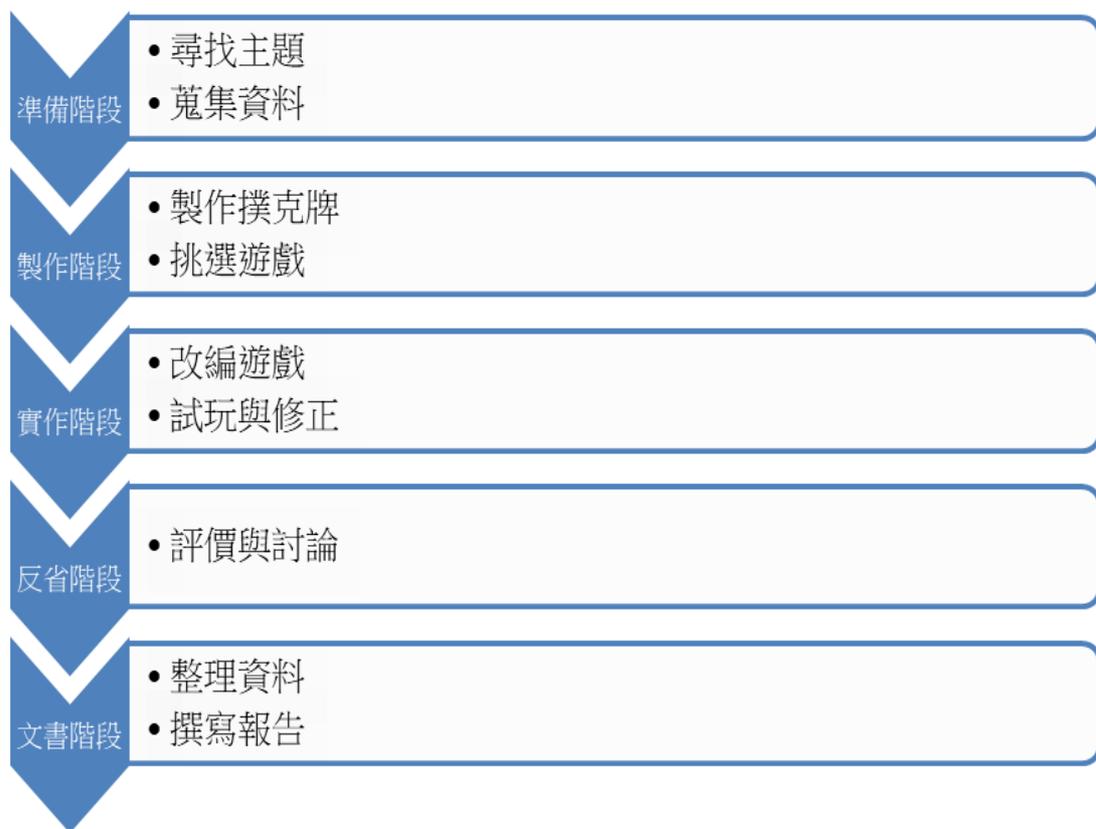
第二階段 獨立研究階段（由學生撰寫）

一、研究動機

因為之前做過科學的研究，所以我們決定做不同的主題：數學。一開始我們很積極的找了很多數學遊戲，例如：數字連連看、彩虹鐵軌等數學桌遊，還翻閱了許多關於數學遊戲的書籍，但是一些題目，因為太過於簡單，一下子就知道答案，使我們沒有想要研究的動機；另一方面，有些題目太過困難或是太過抽象，讓我們不太能理解，根本不知道如何開始研究，所以我們都沒採用。最後我們只好翻開了數學課本，剛好在附件中看到「等值分數撿紅點」的遊戲紙牌，我們覺得很有趣，想要更進一步的探討。

二、擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

（一）研究計畫



（二）研究問題

1. 認識等值分數。
2. 了解撲克牌遊戲「撿紅點」。

3. 製作「等值分數」撲克牌。
4. 挑選撲克牌遊戲。
5. 改編撲克牌遊戲：撿紅點、接龍、十點半、妞妞、UNO。
6. 試玩遊戲與討論。

(三) 工作進度表

日期	工作項目
03/02~03/23	尋找主題
03/24~03/30	蒐集資料與討論研究方向
03/31~04/20	製作牌卡
04/21~05/11	嘗試改編「撿紅點」，遊戲試玩與討論
05/12~05/31	嘗試改編「接龍」，遊戲試玩與討論
06/01~06/07	嘗試改編「十點半」，遊戲試玩與討論
06/08~06/30	嘗試改編「大老二」、「吹牛」，遊戲試玩與討論
07/01/09/04	蒐集資料，尋找可以改編的遊戲
09/05~09/25	嘗試改編「妞妞」、「UNO」，遊戲試玩與討論
09/26~10/17	討論改編的遊戲，進行分析與討論
10/18~11/20	整理遊戲紀錄和資料
11/21~12/19	撰寫報告

三、彙整相關文獻

(一) 名詞定義：

1. 等值分數：

(1) 數學定義的觀點：等值分數有不同的名稱，即所謂的擴分或約分。也就是由任意一個分數開始，分子分母各兩倍、各三倍，…就

可以有 一系列的等值分數。舉例來說，「分子分母同乘一數（0 除外），或同除一數（0 除外），例如： $2/5=4/10$ ，因為 $2\times 2=4$ ，而 $5\times 2=10$ 」（Vance, 1992;Fennell, Reys, Reys, & Webb, 1991）。

(2)學者認為等值分數的意義就是：一個分數透過單位量轉換的方式，能夠以無限的形式來表示，例如： $1/3=2/6=3/9=\dots$ 等等，這樣運作的結果，並不會造成量或大小的改變，而這些不同名字的分數，就叫做等值分數。

2. 撲克牌：撲克牌的起源可以追溯到古代的中國。最早的紙牌出現於九世紀的唐朝，當時被稱為「鬥牌」。這些紙牌最初是由絲綢、象牙或木材製成，後來演變成用紙製作。在十五世紀時，隨著紙牌的傳入歐洲，它們開始在西方流行起來。到了十七世紀時，撲克牌的形式開始出現。它們以四個花色（方塊、紅心、梅花和黑桃）十三個點數（A、2、3、 \dots 、10、J、Q、K）組成，這些特徵至今仍然被廣泛使用。美國商人再加入德國的兩張鬼牌 Joker（鬼牌有一些玩法需要使用，但不一定每種遊戲都需要），組合成共五十四張牌。

3. 撿紅點：一種撲克牌遊戲，使用一副五十二張的撲克牌，適合二到四人遊戲。原本為日本卡牌遊戲「花札」，但是將小於十點的牌吃牌規則改為總和為十點才能吃牌。

(1)遊戲人數：至少二人，二十四的因數，二至四人最佳。

(2)吃牌規則：A 與 9 吃，2 與 8 吃，3 與 7 吃，4 與 6 吃，5 與 5 吃，10 與 10 吃，J 與 J 吃，Q 與 Q 吃，K 與 K 吃。由頭家開始逆時針方向，玩家打出一張牌，該牌有牌吃則擇任選一個吃，然後翻開牌疊一張牌置於桌面，該牌有牌吃則擇一吃，最後將吃得牌收回自己桌面上。

(3)遊戲過程：

①一開始遊戲，對每一名玩家輪流發牌，總共發出 二十四張牌（兩名玩家每人十二張牌，三名玩家每人八張牌，四名玩家每人六張牌），最後從牌堆上方翻出四張牌，放在牌堆四周。

②如果手上沒有可以吃的牌，就要丟一張牌，再翻一張牌；如果翻出的牌可以再吃，便可再吃，不過這次不可翻牌。

四、資料分析

(一)設計等值分數撲克牌

1. 找出最簡分數：

$\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{5}{6}$ 、

$\frac{1}{7}$ 、 $\frac{2}{7}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{4}{7}$ 、 $\frac{5}{7}$ 、 $\frac{6}{7}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{5}{9}$ 、 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{8}{9}$ 。

2. 用最簡分數開始擴分

最簡分數	擴分後的等值分數	最簡分數	擴分後的等值分數
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$ 、 $\frac{3}{6}$ 、 $\frac{4}{8}$ 、 $\frac{5}{10}$ 、 $\frac{6}{12}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{14}$ 、 $\frac{3}{21}$ 、 $\frac{4}{28}$ 、 $\frac{5}{35}$ 、 $\frac{6}{42}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6}$ 、 $\frac{3}{9}$ 、 $\frac{4}{12}$ 、 $\frac{5}{15}$ 、 $\frac{6}{18}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{14}$ 、 $\frac{6}{21}$ 、 $\frac{8}{28}$ 、 $\frac{10}{35}$ 、 $\frac{12}{42}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$ 、 $\frac{6}{9}$ 、 $\frac{8}{12}$ 、 $\frac{10}{15}$ 、 $\frac{12}{18}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{6}{14}$ 、 $\frac{9}{21}$ 、 $\frac{12}{28}$ 、 $\frac{15}{35}$ 、 $\frac{18}{42}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$ 、 $\frac{3}{12}$ 、 $\frac{4}{16}$ 、 $\frac{5}{20}$ 、 $\frac{6}{24}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{8}{14}$ 、 $\frac{12}{21}$ 、 $\frac{16}{28}$ 、 $\frac{20}{35}$ 、 $\frac{24}{42}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{8}$ 、 $\frac{9}{12}$ 、 $\frac{12}{16}$ 、 $\frac{15}{20}$ 、 $\frac{18}{24}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{10}{14}$ 、 $\frac{15}{21}$ 、 $\frac{20}{28}$ 、 $\frac{25}{35}$ 、 $\frac{30}{42}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{10}$ 、 $\frac{3}{15}$ 、 $\frac{4}{20}$ 、 $\frac{5}{25}$ 、 $\frac{6}{30}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{12}{14}$ 、 $\frac{18}{21}$ 、 $\frac{24}{28}$ 、 $\frac{30}{35}$ 、 $\frac{36}{42}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{10}$ 、 $\frac{6}{15}$ 、 $\frac{8}{20}$ 、 $\frac{10}{25}$ 、 $\frac{12}{30}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{16}$ 、 $\frac{3}{24}$ 、 $\frac{4}{32}$ 、 $\frac{5}{40}$ 、 $\frac{6}{48}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{6}{10}$ 、 $\frac{9}{15}$ 、 $\frac{12}{20}$ 、 $\frac{15}{25}$ 、 $\frac{18}{30}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{6}{16}$ 、 $\frac{9}{24}$ 、 $\frac{12}{32}$ 、 $\frac{15}{40}$ 、 $\frac{18}{48}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{10}$ 、 $\frac{12}{15}$ 、 $\frac{16}{20}$ 、 $\frac{20}{25}$ 、 $\frac{24}{30}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{10}{16}$ 、 $\frac{15}{24}$ 、 $\frac{20}{32}$ 、 $\frac{25}{40}$ 、 $\frac{30}{48}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$ 、 $\frac{3}{18}$ 、 $\frac{4}{24}$ 、 $\frac{5}{30}$ 、 $\frac{6}{36}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{14}{16}$ 、 $\frac{21}{24}$ 、 $\frac{28}{32}$ 、 $\frac{35}{40}$ 、 $\frac{42}{48}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{12}$ 、 $\frac{15}{18}$ 、 $\frac{20}{24}$ 、 $\frac{25}{30}$ 、 $\frac{30}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{18}$ 、 $\frac{3}{27}$ 、 $\frac{4}{36}$ 、 $\frac{5}{45}$ 、 $\frac{6}{54}$

$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{18}, \frac{6}{27}, \frac{8}{36}, \frac{10}{45}, \frac{12}{54}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{18}, \frac{12}{27}, \frac{16}{36}, \frac{20}{45}, \frac{24}{54}$
$\frac{5}{9}$	$\frac{10}{18}, \frac{15}{27}, \frac{20}{36}, \frac{25}{45}, \frac{30}{54}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{14}{18}, \frac{21}{27}, \frac{28}{36}, \frac{35}{45}, \frac{42}{54}$
$\frac{8}{9}$	$\frac{16}{18}, \frac{24}{27}, \frac{32}{36}, \frac{40}{45}, \frac{48}{54}$	X	

3. 配合撲克牌張數，我們的目標也是設計 52 張，與撲克牌張數相符。

考量到最簡分數的分母設計到 6，則最簡分數(粉紅色)有 11 張，剩下可設計的擴分牌張數則有 41 張。

考量到最簡分數的分母設計到 7，則最簡分數(粉紅色)有 17 張，剩下可設計的擴分牌張數則有 35 張。

考量到最簡分數的分母設計到 8，則最簡分數(粉紅色)有 21 張，剩下可設計的擴分牌張數則有 31 張。

考量到最簡分數的分母設計到 9，則最簡分數(粉紅色)有 27 張，剩下可設計的擴分牌張數則有 25 張。

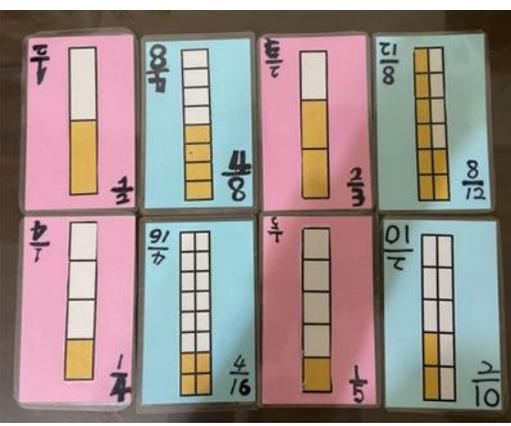
如果我們選擇設計到最簡分數的分母是 6，擴分牌張數就會接近最簡分數張數的 4 倍。

如果我們選擇設計到最簡分數的分母是 7，擴分牌張數會接近最簡分數張數的 2 倍。

如果我們選擇設計到最簡分數的分母是 8，擴分牌張數也是接近最簡分數張數的 1.5 倍。

如果我們選擇設計到最簡分數的分母是 9，擴分牌張數則不達 1 倍。考量到未來在進行遊戲時，要有更多的擴分牌才可以有很多的變化，於是我們最後選擇設計到最簡分數的分母為 6。

4. 牌面設計：我們參考課本附件，使用了名片卡，且依據課本的圖示，我們只繪製了長方形圖，刪除圓餅圖，是因為圓餅圖較難繪製，製作過程中一直畫不好，且考量卡片大小，保留一個圖示比較一目瞭然。

課本的附件紙牌	我們設計的成果
	

(二)挑選遊戲

編號	遊戲名稱	考量	是否改編
1	比大小	過於簡單	不要
2	撿紅點	可運用分數加法	要
3	大老二	牌卡組合要運用花色和數字，以分數改編運用有困難	不要
4	接龍	可運用分數乘法	要
5	妞妞	可運用分數加法	要
6	UNO	可運用分數擴分	要
7	心臟病	依賴速度和眼力	不要
8	吹牛	依賴演技和口才	不要
9	抽鬼牌	依賴運氣和記憶力	不要

(三)改編的遊戲

1. 遊戲名稱：撿一點 《遊戲來源：撿紅點》

(1)遊戲規則：

①和撿紅點一樣，將牌依序發給每人（2名玩家，各12張；3名玩家，各8張；4名玩家，各6張），另外翻取4張牌當作配對牌，其餘牌堆成一疊當作抽牌。

②遊戲時，每人依手中的牌與桌上的配對牌湊成1後收回，如： $(1/3) + (4/6)$ ，若無可與之配對的牌，則任意從手中出一張牌。出牌後，即可抽牌一張，所抽的牌若可與桌上牌湊成1，則可取回，若無法湊1，則放在桌上當配對牌。

③依此方式繼續遊戲，直到每名玩家手牌用盡，且桌上的牌堆也剛好抽完牌，最後計算玩家所得的牌。

(2)計分方式：最簡分數(粉色)是一張一分，不是最簡分數(藍色)一張是二分，計算總分，分數高的是贏家。

(3)遊戲紀錄：

A. 2人對戰

甲	$\frac{3}{6} + \frac{5}{10} = 1$	$\frac{9}{15} + \frac{4}{10} = 1$	$\frac{4}{20} + \frac{4}{5} = 1$	$\frac{4}{12} + \frac{8}{12} = 1$	$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 1$	
乙	$\frac{6}{15} + \frac{3}{5} = 1$	$\frac{3}{12} + \frac{9}{12} = 1$	$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$	$\frac{18}{30} + \frac{8}{20} = 1$	$\frac{12}{16} + \frac{1}{4} = 1$	
甲	$\frac{2}{10} + \frac{8}{10} = 1$	$\frac{12}{15} + \frac{1}{5} = 1$	$\frac{4}{16} + \frac{3}{4} = 1$	$\frac{10}{12} + \frac{5}{30} = 1$	$\frac{2}{6} + \frac{6}{9} = 1$	
乙	$\frac{1}{6} + \frac{15}{18} = 1$	$\frac{5}{6} + \frac{3}{18} = 1$	$\frac{3}{9} + \frac{4}{6} = 1$	$\frac{16}{20} + \frac{6}{30} = 1$	$\frac{20}{24} + \frac{4}{24} = 1$	
甲				計	$2 \times 16 = 32$	
				分	$1 \times 4 = 4$	
					$32 + 4 = 36$	

乙	$\frac{2}{5} + \frac{15}{25} = 1$	$\frac{4}{8} + \frac{6}{12} = 1$	$\frac{6}{8} + \frac{2}{8} = 1$	計分	$2 \times 19 = 38$ $1 \times 7 = 7$ $38 + 7 = 45$	獲勝
---	-----------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	----	---	----

B. 3人混戰

甲	$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = 1$	$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$	$\frac{9}{15} + \frac{6}{15} = 1$	$\frac{12}{15} + \frac{2}{10} = 1$	$\frac{3}{18} + \frac{20}{24} = 1$
乙	$\frac{4}{20} + \frac{16}{20} = 1$	$\frac{4}{10} + \frac{6}{10} = 1$	$\frac{8}{20} + \frac{12}{20} = 1$	$\frac{6}{9} + \frac{3}{9} = 1$	$\frac{5}{10} + \frac{2}{4} = 1$
丙	$\frac{5}{6} + \frac{6}{36} = 1$	$\frac{2}{8} + \frac{12}{16} = 1$	$\frac{3}{4} + \frac{4}{16} = 1$	$\frac{6}{12} + \frac{1}{2} = 1$	$\frac{6}{30} + \frac{4}{5} = 1$
甲	$\frac{8}{10} + \frac{5}{25} = 1$	計分	$2 \times 10 = 20$, $1 \times 2 = 2$, $20 + 2 = 22$		
乙	$\frac{3}{6} + \frac{4}{8} = 1$	計分	$2 \times 12 = 24$, $1 \times 0 = 0$, $24 + 0 = 24$ 獲勝		
丙	$\frac{1}{6} + \frac{15}{18} = 1$	計分	$2 \times 7 = 14$, $1 \times 5 = 5$, $14 + 5 = 19$		

2. 遊戲名稱：撿相等《遊戲來源：撿紅點》

(1) 遊戲規則：和撿紅點一樣，只是吃牌方法是兩張牌的牌面數字相等，也就是等值分數才可以搭配吃牌。

(2) 計分方式：最簡分數(粉色)是一張一分，不是最簡分數(藍色)一張是二分，計算總分，分數高的是贏家。

(3) 遊戲紀錄：

A. 3人混戰

甲	$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$	$\frac{4}{10} = \frac{6}{15}$	$\frac{9}{15} = \frac{18}{30}$	$\frac{12}{16} = \frac{9}{12}$	$\frac{4}{12} = \frac{2}{6}$	$\frac{16}{20} = \frac{2}{15}$
乙	$\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$	$\frac{5}{10} = \frac{2}{4}$	$\frac{4}{16} = \frac{2}{8}$	$\frac{3}{18} = \frac{5}{30}$	$\frac{3}{15} = \frac{4}{20}$	$\frac{6}{36} = \frac{4}{24}$

丙	$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$	$\frac{6}{12} = \frac{3}{6}$	$\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$	$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{10} = \frac{5}{25}$
甲	$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	$\frac{15}{18} = \frac{10}{12}$	X	計分	2x11+1x1=23	
乙	$\frac{12}{20} = \frac{15}{25}$	$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$	$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$	計分	2x15+1x1=31	獲勝
丙	$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	$\frac{15}{18} = \frac{10}{12}$	X	計分	2x12+1x6=30	

B. 4 人混戰

甲	$\frac{2}{12} = \frac{4}{24}$	$\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$	$\frac{15}{25} = \frac{6}{10}$	$\frac{2}{4} = \frac{5}{10}$	$\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$	$\frac{5}{25} = \frac{4}{20}$
乙	$\frac{6}{15} = \frac{8}{20}$	$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$	$\frac{3}{15} = \frac{2}{10}$	$\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$	X	
丙	$\frac{9}{15} = \frac{12}{20}$	$\frac{3}{12} = \frac{4}{16}$	X			
丁	$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$	$\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$	$\frac{12}{15} = \frac{8}{10}$	$\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$	$\frac{6}{8} = \frac{12}{16}$
甲	$\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$	$\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$	計分	2x12+1x4=28		獲勝
乙	X		計分	2x6+1x2=14		
丙	X		計分	2x4+1x0=8		
丁	$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$	X	計分	2x10+1x4=24		

3. 遊戲名稱：長尾巴《遊戲來源：接龍》

(1) 遊戲規則：

①發完牌後，由手中有 $\frac{1}{2}$ 的玩家先出牌，再輪流出牌。

②每人每次都得出牌，出牌從 $\frac{1}{2}$ 開始，可依等值分數倍數關係往下排序，或由其他最簡分數往旁邊任意出牌。

③若玩家無法接著順序出牌，則須「蓋牌」。

④玩家基本上可以選擇蓋點數小的牌，或蓋可以陷害其他玩家的牌。

(2)計分方式：將蓋起來的牌分子加分母來計分，例如： $\frac{2}{3}$ 會是 $3 +$

$2 = 5$ 。

(3)遊戲紀錄：

A. 2 人對戰

甲	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{15}{18}$	$\frac{20}{24}$	$\frac{1}{5}$
乙	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{2}{10}$
甲	$\frac{3}{15}$	$\frac{5}{25}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{2}{12}$
乙	$\frac{4}{20}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{6}{9}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{18}$
甲	$\frac{4}{10}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\times \frac{18}{30}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{15}{25}$
乙	$\frac{4}{24}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{9}{15}$	$\frac{12}{15}$	$\frac{16}{20}$
甲	$\times \frac{6}{36}$	$\times \frac{4}{16}$	計分	$30+18+36+6+16+4 = 110$				失敗

乙	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{12}$	計分	0	獲勝
---	----------------	----------------	----	---	----

B. 4 人混戰

甲	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{6}{12}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{10}$
乙	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{24}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{15}$
丙	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{12}$	$X\frac{12}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{15}$
丁	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{18}$	$X\frac{12}{16}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{10}{12}$
甲	$X\frac{4}{5}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{30}$	$X\frac{5}{25}$	$X\frac{8}{12}$
乙	$\frac{12}{20}$	$\frac{2}{5}$	$X\frac{4}{6}$	$X\frac{6}{9}$	$X\frac{9}{12}$	$X\frac{16}{20}$
丙	$X\frac{3}{4}$	$\frac{20}{24}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{8}{20}$
丁	$\frac{15}{18}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{2}{8}$	$X\frac{6}{8}$	$\frac{4}{16}$	$X\frac{8}{10}$
甲	$\frac{2}{3}$	計分	5+4+25+5+12+8=59			第二名
乙	$X\frac{6}{30}$	計分	6+4+9+6+12+9+20+16+30+6=108			第四名
丙	$\frac{6}{36}$	計分	15+12+4+3=34			第一名
丁	$\frac{4}{20}$	計分	16+12+8+6+10+8=60			第三名

4. 遊戲名稱：一點爆《遊戲來源：十點半》

(1)遊戲規則：

①玩家不斷摸牌，直到分數牌卡相加數字最接近1時停下，如果超過1的話就爆掉了，就只能等到下一回合。每個人的目的就是要拿到比莊家更接近一點但是不能爆掉的牌。

②一開始莊家將發給各玩家和莊家自己各一張牌，這張是底牌，不要給別人看到。每個人可以選擇要還是不要加牌，最多5張。加的牌是掀開的。

(2)計分方式：

①加起來越接近一點越好；得到一點則是無敵，玩家快到一點就可以停止加牌，超過一點不論莊家點數為幾點，都是莊家獲勝。

②如果雙方的牌各自加起來都沒有超過一點，那兩方就比大小，加起來點數大的贏。

(3)遊戲紀錄：

A. 2人對戰

甲	$\frac{2}{25}$	$\frac{8}{12}$	總分	$\frac{56}{75}$	失敗
乙	$\frac{4}{5}$	X	總分	$\frac{60}{75}$	獲勝

B. 3人對戰

甲	$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{12}$	總分	$\frac{18}{20}$	第二名
乙	$\frac{6}{8}$	X	總分	$\frac{15}{20}$	第三名
丙	$\frac{4}{20}$	$\frac{16}{20}$	總分	$\frac{20}{20}$	第一名

C. 4人混戰

甲	$\frac{16}{20}$	X	X	總分	$\frac{24}{30}$	第二名
---	-----------------	---	---	----	-----------------	-----

乙	$\frac{4}{20}$	$\frac{4}{6}$	X	總分	$\frac{30}{30}$	第一名
丙	$\frac{5}{6}$	$\frac{12}{20}$	X	總分	$\frac{43}{30}$	第四名
丁	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{6}{30}$	總分	$\frac{21}{30}$	第三名

5. 遊戲名稱：二三四《遊戲來源：妞妞》

(1) 遊戲規則：

- ① 撲克牌張數：設計成 52 張牌加上 2 張尋寶牌(從已出的牌任意抽回 2 張)，共 54 張，形成 9 的倍數。
- ② 適合玩家人數是 2 人、3 人或 6 人。2 人玩家每人 9 張牌，可以進行三回合；3 人玩家每人 9 張牌，可以進行二回合；6 人玩家每人 9 張牌，可以進行一回合。
- ③ 每人拿到的 9 張撲克牌可分前兩張、中三張，後四張都要湊成最接近 1 的數值(可以大於或小於 1)，最接近者則此局獲勝，所以每一回合有三局。

(2) 計分方式：

- ① 比較玩家的牌面數值，最接近 1 者此局獲勝，可得到 1 分；若玩家的牌面數值皆為 1，則玩家平手，各獲 1 分。
- ② 最後比較分數，分數最高者獲勝。

(3) 遊戲紀錄：

A. 2 人對戰

	第一回合 2 張	第一回合 3 張	第一回合 4 張
甲	$\frac{4}{10} + \frac{12}{15} = \frac{36}{30} = 1\frac{6}{30}$	$\frac{2}{8} + \frac{6}{9} + \frac{3}{18} = \frac{26}{24} = 1\frac{2}{24}$	$\frac{4}{24} + \frac{4}{20} + \frac{2}{5} + \frac{6}{15} = 1\frac{1}{6}(V)$
乙	$\frac{3}{4} + \frac{4}{16} = \frac{16}{16} = 1(V)$	$\frac{6}{30} + \frac{9}{15} + \frac{6}{36} = \frac{29}{30}(V)$	$\frac{8}{20} + \frac{3}{9} + \frac{2}{10} + \frac{4}{8} = 1\frac{13}{30}$

	第二回合 2 張	第二回合 3 張	第二回合 4 張
甲	$\frac{1}{4} + \frac{9}{12} = 1(v)$	$\frac{12}{16} + \frac{10}{12} + \frac{8}{10} = 2\frac{23}{60}$	$\frac{5}{30} + \frac{2}{12} + \frac{3}{5} + \frac{3}{15} = 1\frac{2}{15}(v)$
乙	$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1(v)$	$\frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{16}{20} = 1\frac{23}{60}(v)$	$\frac{1}{5} + \frac{3}{6} + \frac{6}{10} + \frac{12}{20} = 1\frac{9}{10}$
	第三回合 2 張	第三回合 3 張	第三回合 4 張
甲	$\frac{5}{10} + \frac{2}{4} = 1(v)$	$\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{8}{20} = 1\frac{1}{15}(v)$	$\frac{20}{30} + \frac{15}{25} + \frac{4}{5} + \frac{6}{8} = 2\frac{59}{60}$
乙	$\frac{6}{12} + \frac{1}{2} = 1(v)$	$\frac{4}{6} + \frac{5}{25} + \frac{18}{30} = 1\frac{7}{15}$	$\frac{15}{18} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{8}{12} = 2\frac{11}{12}(v)$
甲	計分	1x5=5	失敗
乙	計分	1x6=6	獲勝

B. 3 人對戰

	第一回合 2 張	第一回合 3 張	第一回合 4 張
甲	$\frac{3}{18} + \frac{15}{18} = 1(v)$	$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{6}{30} = 1(v)$	$\frac{4}{20} + \frac{8}{10} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = 1\frac{5}{6}(v)$
乙	$\frac{2}{4} + \frac{5}{10} = 1(v)$	$\frac{6}{15} + \frac{1}{6} + \frac{4}{16} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{16}{20} + \frac{5}{6} = 3\frac{11}{60}$
丙	$\frac{5}{30} + \frac{20}{24} = 1(v)$	$\frac{3}{9} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = 1\frac{2}{15}$	$\frac{9}{15} + \frac{12}{15} + \frac{8}{12} + \frac{10}{12} = 2\frac{9}{10}$
	第二回合 2 張	第二回合 3 張	第二回合 4 張
甲	$\frac{4}{8} + \frac{6}{12} = 1(v)$	$\frac{5}{25} + \frac{3}{15} + \frac{3}{5} = 1(v)$	$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{2}{5} + \frac{12}{20} = 1\frac{11}{12}(v)$

乙	$\frac{1}{3} + \frac{4}{6} = 1(v)$	$\frac{15}{25} + \frac{8}{20} + \frac{4}{24} = 1\frac{1}{6}$	$\frac{2}{8} + \frac{12}{16} + \frac{6}{8} + \frac{20}{24} = 2\frac{1}{8}$
丙	$\frac{4}{12} + \frac{6}{9} = 1(v)$	$\frac{2}{12} + \frac{9}{12} + \frac{6}{30} = 1\frac{1}{12}$	$\frac{6}{10} + \frac{18}{30} + \frac{3}{12} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{8}$
甲	計分	$1 \times 6 = 6$	獲勝
乙	計分	$1 \times 2 = 2$	和丙平手
丙	計分	$1 \times 2 = 2$	和乙平手

6. 遊戲名稱：第一名(台語)《遊戲來源：UNO》

(1) 遊戲規則：

- ① 每位玩家發 7 張牌，剩下的牌作為牌庫。
- ② 猜拳決定一位起始玩家，先從牌庫翻一張牌，由起始玩家依照桌面的牌開始依同分母、同分子或等值分數的方式出牌。
- ③ 玩家依照順時針方向輪流出牌。
- ④ 玩家若無法或不想出牌時，需從牌堆抽一張牌，此時如果符合出牌規則(與上一張牌同分母、同分子或是等值分數)，可以選擇打出剛才抽到的那張牌。
- ⑤ 當手上的牌只剩一張時，需喊聲「第一名(台語)」讓所有人聽到。若在下一位玩家出牌時，被發現未喊「第一名(台語)」，需抽二張牌作為懲罰。

(2) 特殊排介紹：

牌卡	名稱	功用

	尋寶牌	可在棄牌區抽取 1 張對自己有利的牌
	+4 牌	讓下一位玩家的牌數增加 4 張
	+2 牌	讓下一位玩家的牌數增加 2 張
	回復牌	運用到此牌的玩家可以隨意出牌，不必照規則(與上一張牌同分母、同分子或是等值分數)，等同於結束原本的遊戲規則重啟遊戲。

(3) 計分方式：先將牌出完的玩家獲勝。

(4) 遊戲紀錄：

A. 2 人

甲	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{5}$	x 尋寶($\frac{1}{5}$)	$\frac{15}{25}$	抽	抽	抽
---	----------------	---------------	---------------	-----------------------	-----------------	---	---	---

乙	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{18}{30}$	$\frac{15}{18}$	抽	抽	抽
甲	抽	抽	抽	抽 $2(\frac{6}{12})$	$\frac{5}{30}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{3}{12}$
乙	$\frac{20}{24}$	抽	出(+2)	$\frac{5}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{12}$	抽	抽
甲	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{8}$	抽	$\frac{4}{16}$	抽	抽
乙	抽	again($\frac{8}{20}$)	$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{4}{20}$	抽	抽	抽
甲	抽	$\frac{12}{16}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	抽	$\frac{6}{36}$	抽	$\frac{3}{9}$
乙	抽	$\frac{12}{20}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{18}$	抽	$\frac{6}{15}$	$\frac{6}{9}$	抽
甲	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{6}$	失敗			
乙	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{6}$	again	獲勝			

B. 3 人：

甲	$\frac{5}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{20}$	抽	抽	$\frac{6}{15}$	抽
乙	$\frac{1}{2}$	again($\frac{12}{20}$)	$\frac{8}{10}$	+2	$\frac{5}{6}$	抽	抽
丙	尋寶($\frac{5}{10}$)	$\frac{10}{20}$	$\frac{5}{10}$	抽 $2(\frac{3}{6})$	again($\frac{6}{30}$)	$\frac{9}{15}$	$\frac{12}{15}$
甲	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{24}$	$\frac{1}{4}$	抽	$\frac{10}{12}$	$\frac{8}{12}$	抽

乙	$\frac{4}{20}$	$\frac{1}{6}$	抽	抽	$\frac{6}{12}$	抽	抽
丙	抽	抽	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{12}$	抽	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{4}$
甲	$\frac{2}{5}$	失敗					
乙	抽	失敗					
丙	$\frac{4}{10}$	獲勝					

五、研究結果與討論

(一)製作撲克牌

1. 撲克牌數字內容：一開始我們的目標是設計 52 張，與撲克牌張數相符，所以設計流程先找出最簡分數，再搭配擴分牌張數，最後選擇設計到最簡分數的分母為 6，擴分牌張數就會接近最簡分數張數的 4 倍，以獲得較有變化的遊戲效果。

2. 未來展望：我們有思考過，如果有時間，可以設計成兩副牌(更多張數的牌)，可採取將最簡分數的分母設計到 9，則最簡分數(粉紅色)有 27 張，剩下可設計的擴分牌張數則有 77 張，擴分牌張數就會接近最簡分數張數的 3 倍，且對分數的計算應用更深入。

3. 牌面設計：我們實際遊戲之後，發現遊戲卡牌有一些可以改進的地方：

(1) 角落數字：原本課本數字的位置是在右下、左上且數字顛倒，但在試玩過程中，我們感覺不太方便看，未能清楚提示，反而有一種混淆的感覺，讓我們知道以後要做卡牌時，應該將左上角的數字方向調整會比較容易閱讀，不會造成困擾。

(2) 圖示圖案：我們設計的長方形圖，應該大小要一致，但我們忽略了，所以導致即使是等值分數的長方形著色區塊的大小、位置都不

一樣，並沒有達到提示的功用，以後在設計圖卡時，應該要先想清楚其重要目的，這樣設計出來的圖示才能展示其功效。

(二)改編遊戲的價值分析(多維比較)

1. 定義比較項目：因為遊戲的面向很多，我們決定以多面向的方式來進行比較，先討論出可以比較的項目。

(1)趣味性：遊戲是否有趣。

(2)知識性：遊戲是否運用到數學概念與計算能力。

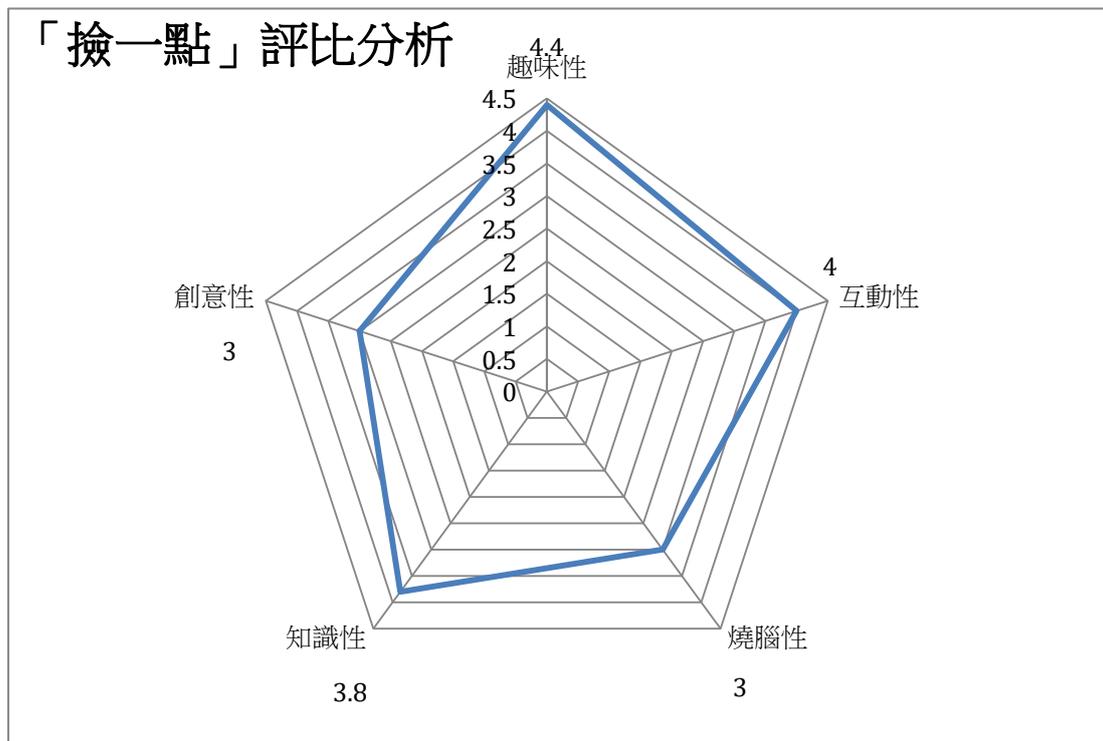
(3)互動性：遊戲是否需要關注其他玩家的動作及出牌。

(4)燒腦性：遊戲是否需要謀略計畫。

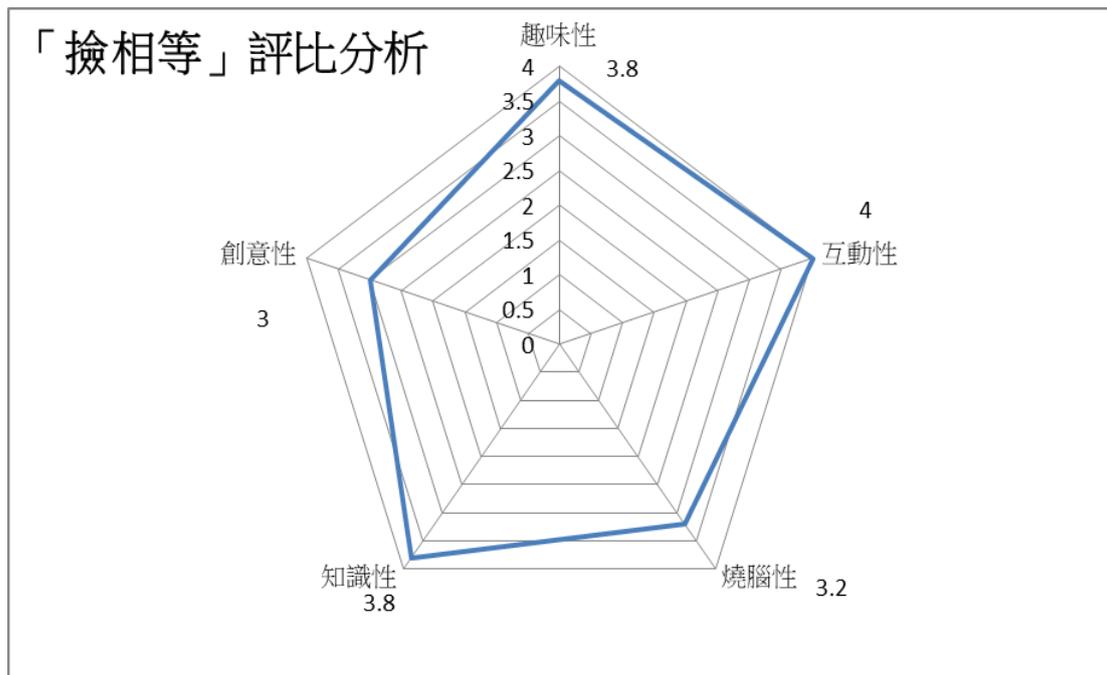
(5)創意性：遊戲的玩法是否新奇、有創意、與眾不同。

2. 評比方式：邀請有參加遊戲的老師、同學、家長等人幫我們做五分分的評比，利用雷達圖，分析比較如下。

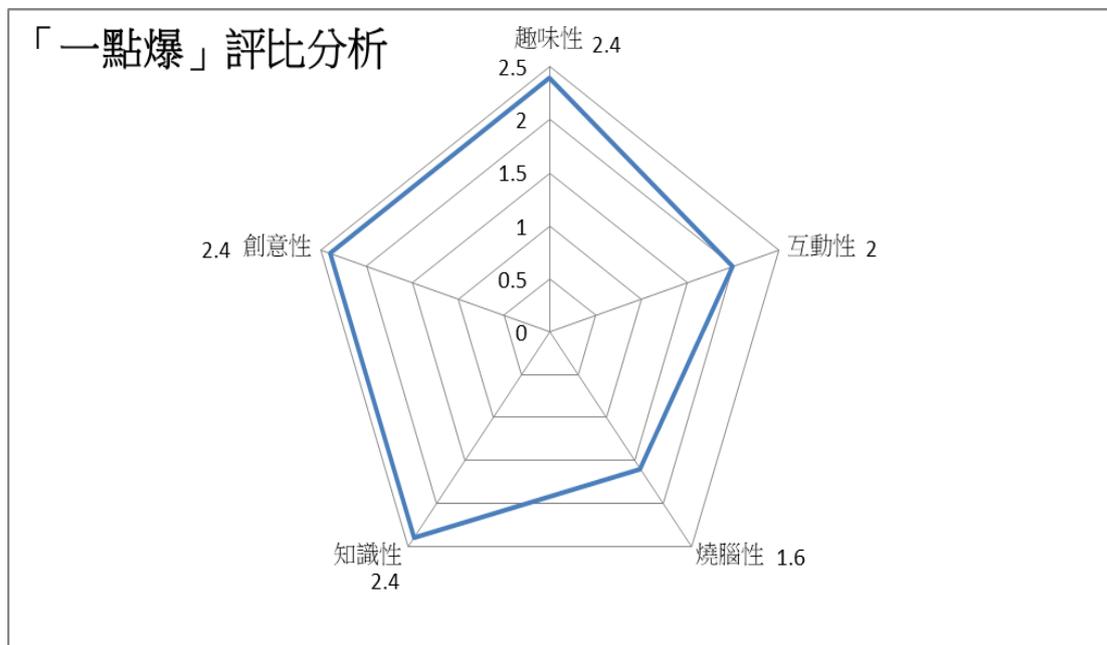
(1)撿一點



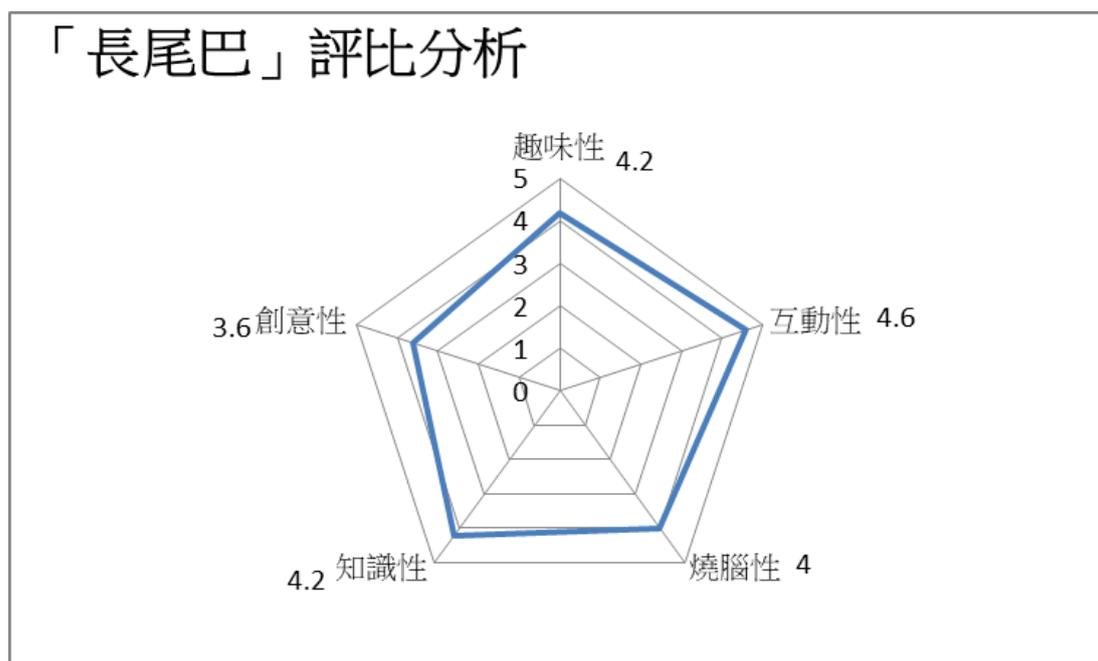
(2) 檢相等



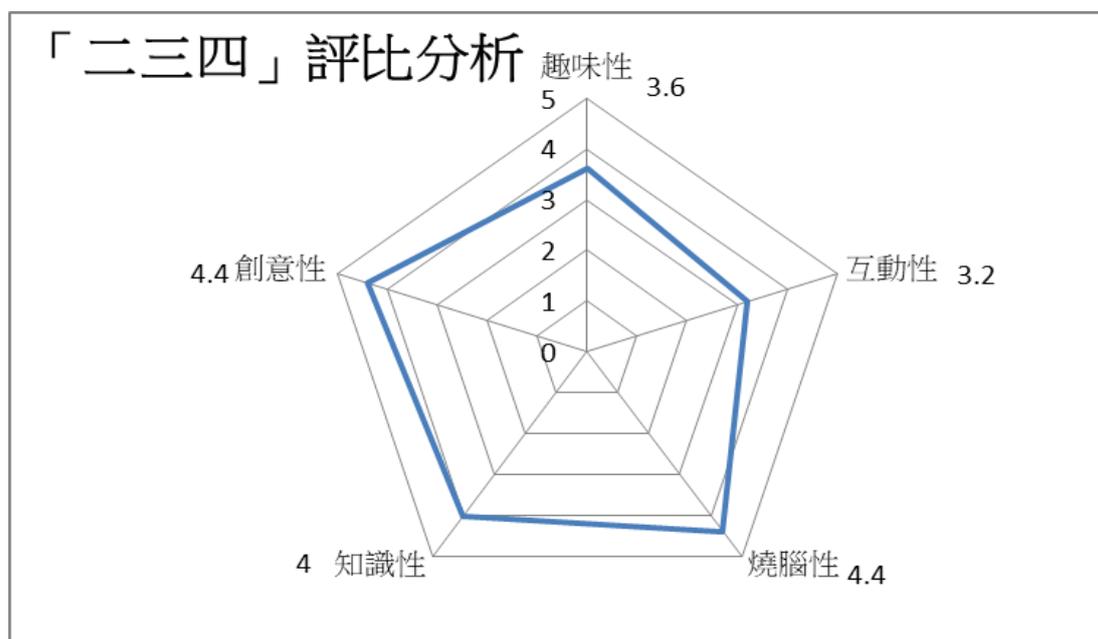
(3) 一點爆



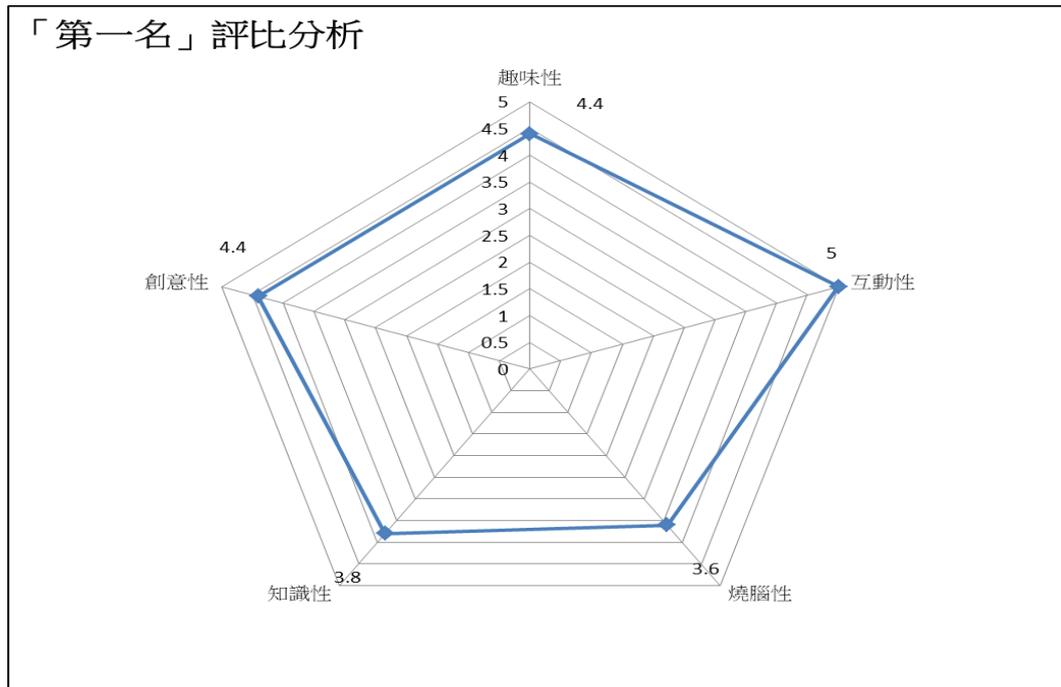
(4)長尾巴



(5)二三四



(6) 第一名



3. 綜合研判

觀察雷達圖，可以發現趣味性最高分是「撿一點」和、「第一名」，代表玩家普遍覺得很好玩，有高度樂趣，趣味性最低分是「一點爆」，即意味著玩家覺得樂趣較低，不太有趣。

燒腦性的最高分是「二三四」，代表玩家覺得這個遊戲很需要動腦，讓我聯想「田忌賽馬」的故事，思考要如何善用自己的長處，去對付對手短處以求取最大的勝利，最低分是「一點爆」，而且是所有項目中最低分的，代表不太需要動腦，可見玩家認為這個遊戲有滿大的機率依賴運氣，看玩家所抽取的牌卡，以求獲勝。

互動性的最高分是「第一名」，而且分數是滿分(5分)，表示這個遊戲必需時時刻刻注意對手出的牌，每個玩家的出牌都隨時改變影響遊戲發展，而最低分是「一點爆」，代表玩家不太需要注意對手出的牌，只要關注自己即可。

知識性的最高分是「長尾巴」，代表需要運用到較多的數學知識，玩家需要不斷將自己手中的牌卡約分比對，依照倍數排序，最低分是「一點爆」，代表只需要基礎的分數相加能力即可進行遊玩。

創意性最高分是「二三四」、「第一名」，表示玩家普遍認為遊戲方法較為創新、與眾不同，有新鮮感，最低分是「一點爆」，表示這個遊戲只是在基礎上一點點改編，沒有讓人耳目一新的感受。

整體遊戲比較，「一點爆」的綜合平均分數只有 2.16 分，代表它所需的能力和遊戲變化性都是比較基礎的，是適合剛開始學習分數的小朋友來玩；綜合平均分數最高的是「第一名」，它的綜合平均分數高達 4.24 分，代表在各方面都獲得玩家的高度讚賞與評價，適合對分數熟練的小朋友來挑戰。

(三) 改編遊戲的困境

1. 撿紅點與撿相等：因為對於原本遊戲規則沒有很清楚，遺漏「抽牌」再「配對」，導致紙牌沒有剛剛好抽完以及出完，再三研究確認，搞清楚規則，才順利完成遊戲。
2. 一點爆：網路上的資料比較多說明解釋賭注的部分，這是我們不需要的，反而對於完整的遊戲解說不清，所以我們自己加以添加規則、計分方式，讓遊戲更加完整。
3. 長尾巴：原本的遊戲「接龍」是以數字遞減遞增的方式進行，但由於我們使用的是分數，所以對於「遞增」方式我們想了許久，例如：第一種先以「 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$ 」，但是混亂難以進行，後來又選擇以「 $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ 」的方式進行，這樣又有許多紙牌沒有運行，曾經一度有點想放棄改編這個遊戲，因為不論如何改編，遊戲都無法順利完成，一直到最後才想到以「倍數」擴分方式進行，終於使遊戲進行得比較順利了。
4. 二三四：改編自原本的「妞妞」，這是我們最不熟悉的遊戲，原本的「妞妞」是以每人五張牌的方式進行，我們想挑戰不一樣的變化，

增加張數，這樣又須考慮如何讓紙牌可以搭配人數剛好分配，我們想了許久，嘗試不同的數字，最後以「最小公倍數」的方式計算，終於找到比較合適的搭配方法，也因此讓我們了解到紙牌張數、遊戲人數和發牌張數要搭配剛好整除，又要有比較多的遊戲變化，是不容易的。

5. 第一名(台語):在遊戲改編中，考量到原本的「uno」牌有同種顏色的數字以及不同顏色但同數字的牌，在思考設計新的遊戲規則的過程中我們花費了許多時間，原本想以最簡分數以及其他倍數來區分，但卻行不通，又思考了好幾種方法，最終我們決定將其改為同分母、同分子以及相同的最簡分數來進行，終於較為順利。在設計功能牌的過程中，我們參考原本「uno」的功能牌，先分析其作用，了解到原本「uno」的迴轉牌有改變方向、變色牌具有改變遊戲運作規則的功能，再考量我們認為較具有樂趣、變化的功能，以此開始設計，因此我們設計了「尋寶牌」以及「回復牌」，前著的作用是「海底尋寶」的樂趣，後者具由「改變命運、重啟遊戲規則」的強大功用。設計牌面畫圖也讓我們十分燒腦，不知該如何設計出清楚、簡潔的圖示，也因此讓我們了解到圖示的重要性，要做出創意且清楚的圖示才能讓人一看見就知道其作用。

六、評鑑與檢討

(一)尋找主題：在尋找主題的過程中，我覺得十分艱辛，因為過程中我們去閱讀了許多數學書籍，嘗試了許多桌遊遊戲，但是有些過於簡單，一聽就懂，讓我們不知道該做進行哪方面的研究探討；有些過於困難，我們不太理解用意，更不知道如何下手研究，甚至有些內容我們連題目都看不太懂，困擾許久，最後我們想到最符合我們年齡、知識的「數學課本」，我們翻開數學課本，剛好數學課本最後面的附件有一個紙牌遊戲「分數撿紅點」，我們都覺得很有趣，終於找到我們感興趣又符合我們程度的研究主題了，真是太令人高興與感動，仔細閱讀課本真是一件重要的事情。

(二)研究方向：因為「分數撿紅點」是撲克牌的遊戲，所以我們就

有靈感要尋找更多的撲克牌遊戲來變化研究探討，我們上網尋找撲克牌遊戲的介紹，主要遇到的問題就是有些撲克牌遊戲我們也看不懂、不了解，我們就先各自分享自己所熟知的撲克牌遊戲，再進行討論與研究，有同學可以分享真是滿重要的。

(三)製作牌卡：製作牌卡時，我們原本想按照數學課本的分數檢紅點的牌卡形式製作，後來我們遇到了難題是無法畫圓餅圖，沒辦法妥善的均分切割，所以我們放棄了圓餅只留下長方形圖示，因為我們使用了不適合的軟體，導致無法切割，未來我們會學習更適合的軟體來幫助我們，這樣才能「工欲善其事，必先利其器」。

(四)改編遊戲、試玩與修正：一開始，我們一一找尋可以改編的遊戲，在這裡我們花了很多時間，接下來根據遊戲不斷思考如何改編，因為是從撲克牌的整數改編成分數，有一些共通性就可以很容易的改編，不同的地方我們就需要發揮創意，想出新的遊戲規則，且要試驗是否可行，這部分的工作令我絞盡腦汁，真是辛苦的工作。在邀請同學、老師進行試驗時，我看到了大家歡喜的笑容，令我十分有成就感，感覺我們的遊戲十分成功，讓我覺得自己辛苦的思考創作付出是有得到回饋的，收穫滿滿。

(五)整理資料、撰寫報告：在整理資料時，我們也覺得十分困難，因為我們放完暑假後，把遊戲的計分方式忘得一乾二淨，且試玩記錄殘缺，讓我們花了許多時間在這件事上，經過這次的事件，讓我深刻體會，以後的草稿我們都要認真記載，以達到清楚明瞭、方便閱讀的特性，避免記錄不齊全，自己都看不懂的狀態。

七、參考資料

1. 陳雅芬(2003年6月)。國小學童等值分數概念的試題編製與分析之研究。國立台中師範學院數學教育系教學碩士論文。
2. uno 遊戲規則：<https://www.books.com.tw/products/N001068604>
3. 十點半遊戲規則：<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.xidea>

Poker. TenPointHalf&hl=zh_HK&pli=1

4. 接龍遊戲規則：

<https://www.parenting.com.tw/article/5090073>

5. 撿紅點遊戲規則：

<https://dylanwan.pixnet.net/blog/post/18071031>

6. 妞妞遊戲規則：

<https://gdf999.com/five-niuniu-skill/>

附件一、完整卡牌

