

## 拼湊成一對一自製五連方數學遊具

### 第一階段 研究訓練階段

#### 一、 近二年學校獨立研究課程之規劃

##### (一) 獨立研究課程的目的：

1. 培養學生研究的興趣與精神
2. 提供學生實際研究的經驗
3. 加強學生研究方法的訓練
4. 培養學生獨立及自學的能力
5. 提高學生問題解決的能力
6. 發展學生高層思考的能力

##### (二) 獨立研究課程的目標：

1. 使學生親自體驗、發現及解決問題的過程。
2. 使學生熟練探討專門領域之知能：心智與操作技能。
3. 使學生學習相關知識。
4. 培養學生研究態度。
5. 啟發並增進學生心智思考經驗。

##### (三) 獨立研究課程規劃原則：

	課程安排	師生參與課程方式
中年級	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 獨立研究基礎能力初探</li><li>2. 小專題的模擬和訓練</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 全部學生皆需修課。</li><li>2. 採協同方式上課。</li></ol>
五年級	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 以獨立研究為課程主軸。</li><li>2. 獨立研究作品評析。</li><li>3. 以個人或分組方式進行獨立研究。</li><li>4. 完成作品並發表。</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 全部學生皆需修課。</li><li>2. 分數學、自然與生活科技和人文科學三組。</li><li>3. 各作品有第一指導老師，另協同指導。</li></ol>
六年級	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 以專題研究、科展研究為課程主軸。</li><li>2. 科展作品、專題報告之評析。</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. 由學生依研究興趣決定修課與否。</li><li>2. 專題研究採全部上</li></ol>

	3. 以個人或分組方式進行科展研究。 4. 完成作品並發表。	課和討論。 3. 科展研究採分組進行研究和指導。 3. 各作品有第一指導老師，另協同指導。
--	-----------------------------------	---

## 二、 學校如何提供該生獨立研究訓練

### 1. 獨立研究基礎能力課程：

單元名稱	授課內容摘要
如何選定研究主題	1. 研究主題的分類。 2. 研究主題實例討論。 3. 練習訂定不同類別的研究主題。 4. 研究主題分享和討論。
如何收集參考資料	1. 參考資料有哪些。 2. 收集參考資料的管道和可利用的工具。 3. 分享和討論。
篩選並統整參考資料	1. 參考資料的歸檔和分類。 2. 參考資料的呈現。 3. 分享和討論。
研究方法與計畫	1. 認識研究方法。 2. 依主題決定研究方法並擬定研究計畫。 3. 分享並討論研究方法與計畫。
問卷的編製	1. 認識問卷編製的方法和過程。 2. 問卷編製練習和實作。 3. 問卷的分享和討論。
資料的統計與分析	1. 問卷資料的轉換和建檔。 2. Excel 程式的介紹和練習。 3. 問卷資料的統計和分析結果。 4. 分享分析結果和討論

自然科學獨立研究	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀自然科學類獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
人文社會獨立研究	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀人文社會類獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
數學獨立研究	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀數學類獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
實驗式獨立研究	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 閱讀實驗式獨立研究。</li> <li>2. 找尋相關主題並訂定子題。</li> <li>3. 收集相關資料並進行文獻探討。</li> <li>4. 擬定研究方法和實驗計畫。</li> <li>5. 分享並討論研究計畫。</li> </ol>
研究問題、 困難的解決	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行研究時如何發現問題和困難。</li> <li>2. 記錄研究時產生的問題和困難</li> <li>3. 找尋解決問題、困難的方法和資源。</li> </ol>

## 2. 獨立研究作品實作課程：

單元名稱	授課內容摘要
獨立研究主題初探	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 從日常生活中找尋想要研究的主題。</li> <li>2. 找尋與主題相關研究的資訊。</li> <li>3. 分析研究主題的困難和可行性。</li> </ol>

擬定工作進度表	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 研究工作之分析。</li> <li>2. 擬定年度工作進度表。</li> </ol>
擬定初步研究問題及研究目的	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 決定初步決定可研究的問題。</li> <li>2. 決定初步的研究目的。</li> </ol>
找尋相關資源	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 尋找相關研究及文獻。</li> <li>2. 找尋進行研究時所需的研究工具。</li> <li>3. 找尋可提供相關資訊的專家或老師。</li> </ol>
擬定正式研究問題及研究目的	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 修正或剔除不可行的研究問題。</li> <li>2. 修正研究目的。</li> <li>3. 確認正式的研究問題及目的。</li> </ol>
研究計畫發表會	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 撰寫正式研究計畫前四章節。</li> <li>2. 舉辦研究計畫發表會。</li> <li>3. 研究計畫優缺點分析和導論。</li> <li>4. 研究計畫修正。</li> </ol>
進行研究	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 進行研究和記錄研究結果。</li> <li>2. 隨時提出遇到的困難和疑問。</li> <li>3. 分析和討論解決研究困難的方法。</li> </ol>
提出研究成果	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 分析取得的研究結果。</li> <li>2. 繪製相關表格和圖。</li> <li>3. 撰寫研究結果。</li> <li>4. 分析和討論並提出研究結論。</li> </ol>
成果發表會與分享	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 製作成果發表海報或 PPT 檔。</li> <li>2. 舉辦成果發表會。</li> <li>3. 作品優缺點分析與討論。</li> </ol>

3. 107 學年度獨立研究作品實作課程：

107 學年度五年級獨立研究課程計畫		
課程名稱	獨立研究	
課程時間	星期一、五（午休 12：40~13：20）	
授課老師		
課程目標	<p>綜 1-3-3-3 在日常生活中，持續發展自己的興趣與專長。</p> <p>自 1-3-4-1 能由一些不同來源的資料，整理出一個整體性的看法。</p> <p>自 1-3-5-5 能傾聽他人報告並對於他人報告提出自己的看法。</p> <p>自 1-3-1-1 能依規劃的實驗步驟來執行操作。</p> <p>自 6-3-2-3 面對問題時，能做多方思考，提出解決方法</p> <p>自 7-3-0-1 察覺運用實驗或科學的知識，可推測可能發生的事</p> <p>資 5-3-1 能找到合適的網站資源、圖書館資源，會檔案傳輸。</p>	
評量方式	<p>1. 上課表現與討論情形（出缺席、用具準備、學習態度、動機與互動）30%</p> <p>2. 作業繳交（撰寫研究日誌、學習單）30%</p> <p>3. 期末發表（書面佔 20%；口頭報告佔 20%）</p>	
課程目標、內容與評量		
課程內容	學生學習目標	評量

<p><b>【研究調整】</b>          聚焦研究方向          擬定延續計畫</p>	<p><input type="checkbox"/>能整理並說明上學期研究內容，並展示分享給同學</p> <p><input type="checkbox"/>能規劃整學期研究計畫、說明成果</p>	<p>觀察評量          紙筆評量</p>
<p><b>【研究再出發】</b>          蒐集相關資料文獻          蒐集研究器材工具          進行研究方法</p>	<p><input type="checkbox"/>能依據文獻發現新研究方向</p> <p><input type="checkbox"/>能依據研究蒐集相關資源</p> <p><input type="checkbox"/>能依據研究進行方法確認</p>	<p>實作評量</p>
<p><b>【研究方法修正與繕寫】</b>          ①實驗研究法          ②問卷研究法~問卷編製、修改、發放</p>	<p><input type="checkbox"/>能依據研究計畫執行研究</p> <p><input type="checkbox"/>能依據研究目標繼續修正自己的研究</p>	<p>實作評量</p>
<p><b>【研究精進】</b>          進行研究修正          進行研究資料分析</p>	<p><input type="checkbox"/>能依據研究計畫執行研究</p> <p><input type="checkbox"/>能依據研究目標繼續修正自己的研究</p>	<p>紙筆評量          實作評量</p>
<p><b>【結果與討論】</b>          修正與繕寫          資料整理與分析</p>	<p><input type="checkbox"/>能對研究整體過程統整結果</p> <p><input type="checkbox"/>能針對研究結果統整結論</p> <p><input type="checkbox"/>能針對研究結果加以討論</p>	<p>實作評量</p>
<p><b>【研究分享】</b>          主題領域的研究成果          分享成果完成專題研究電子檔</p>	<p><input type="checkbox"/>能將檔案資料資訊化</p> <p><input type="checkbox"/>能說明自己的研究並展示研究成果</p>	<p>實作評量          口頭報告</p>

學生成果發表	<p>形式：靜態</p> <p>內容：</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. 書面方式呈現學生的主題報告。</li><li>2. 以口語發表的方式呈現自己的主題報告。</li><li>3. 參加縣內獨立研究比賽。</li></ol>
--------	--

## 第二階段 獨立研究階段

### 一、研究動機

有一次我們在無意間看見了個有關五連塊的遊戲，就問爸爸那個是什麼，爸爸說他不知道。於是我就去學校問同學，同學說那是五連塊，之後和老師討論要不要利用五連方來做獨立研究，加上老師介紹了「疊床架屋」這個遊戲，是遊一群高中生創作出來的遊戲，因此我們便決定利用五連塊來自己製作一個簡單的桌遊。

我們想要製作一種簡單的桌遊，希望能讓小朋友專心思考和休閒。因此我們先自己製作兩套五連方的遊具，再利用任意兩塊五連塊組合出圖形，找出有兩種以上排法的圖型組合，最後挑出 35 個圖形，製成遊戲卡，完成這個桌遊。希望讓小朋友在閒暇時動動腦，激發自己的想像力並用心思考。

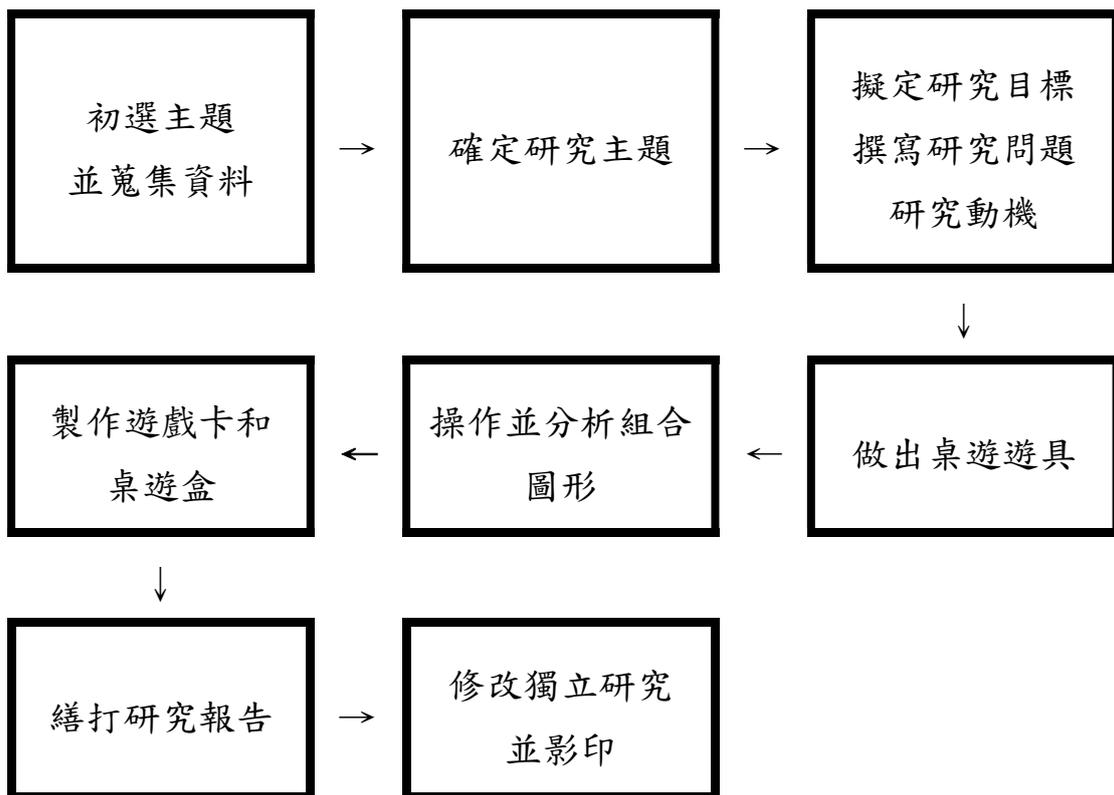
### 二、擬定正式計畫、研究問題及工作進度表

#### (一)擬定工作進度表：

月份	工作進度
2019 3 月	1. 初步挑選研究題目並蒐集相關資料 2. 與老師討論 3. 再蒐集資料和相關研究，對五連塊有初步的了解
2019 4 月	1. 決定研究題目-五連方 2. 與老師討論 3. 蒐集閱讀資料和研究，對五連塊有初步的了解
2019 5 月	1. 擬訂研究計畫 2. 決定研究目的 3. 構思桌遊的內容
2019 6-8 月	1. 作出兩套五連方桌遊遊具 2. 利用 2 塊五連塊拼出有兩種以上組合的圖形

	3. 畫圖紀錄並編碼
2019 9月	1. 和老師討論挑選關卡圖形的方法 2. 從組合的所有圖形中挑選 35 個圖形決定研究目的 3. 利用電腦畫圖並製作遊戲卡
2019 10月	1. 撰寫研究報告 2. 和老師討論、修改、並補充
2019 11月	1. 和老師討論、修改、並補充 2. 印出研究報告

(二)擬定正式計畫：



(三)研究問題：

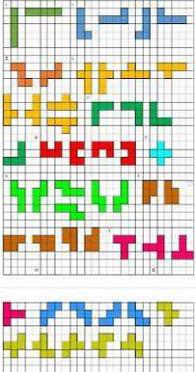
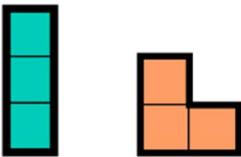
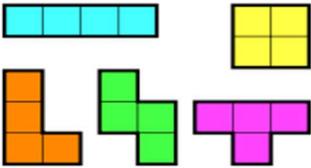
1. 如何發展一個五連塊配對及組合圖形的益智遊戲？
  - 1-1 找出生活中何種材料適合做五連塊遊具？
  - 1-2 找出生活中何種材料適合做五連塊遊戲卡？
  - 1-3 尋找生活中可利用的資源做出五連塊桌遊的盒子？
2. 由兩塊五連塊組合的圖形，找出其它拼法的組合？
3. 如何分類來挑選適合做遊戲卡圖形的題目？
4. 製作五連塊的教具遊戲盒。

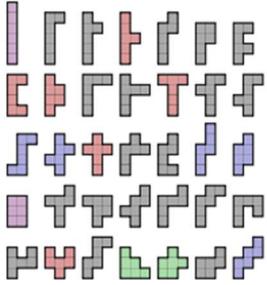
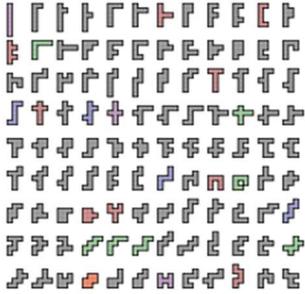
三、彙整相關文獻

(一)文獻：

相關研究	內容
中華民國第 50 屆科展展覽會作品說明書 作品名稱： 最佳拍檔—從五連塊組合探討圖形的排列	用 12 種五連塊中排出具有其他組合的圖形，可排出 78 種組合可排出的圖形有 286 種。
中華民國第 56 屆中小學科學展覽會作品說明書 作品名稱： 拼成長方形-五連塊探秘	情況數值法不只可以用在五連塊解答的計算上還可以利用在三角形和立方體的答案計算中。根據四角定位的研究，我們發現不是任四角都可以拼成長方形
用五連塊創造新世界—小小五連塊，大大魏德邁	利用生活中的可用資源製作遊戲，利用 2 塊、3 塊五連塊可的組合圖形，製作 30 個遊戲關卡，完成可以讓兒童思考的五連塊遊戲。

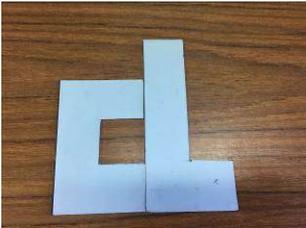
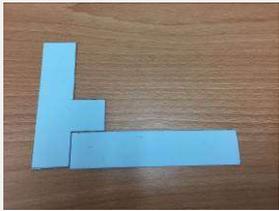
## (二)各種格骨牌介紹

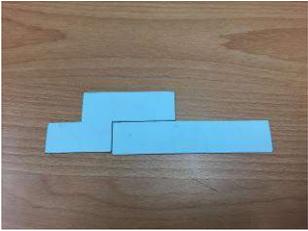
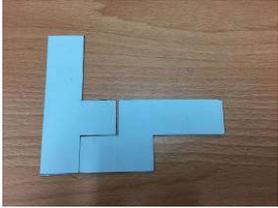
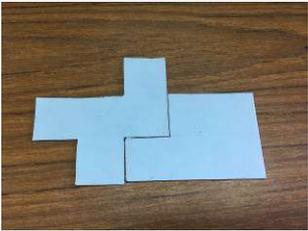
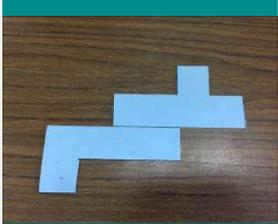
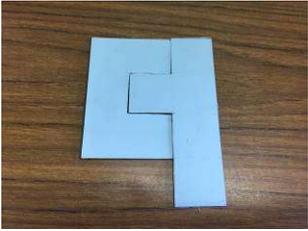
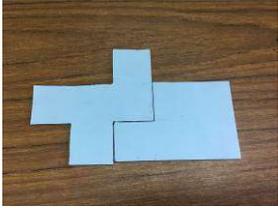
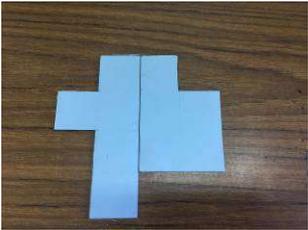
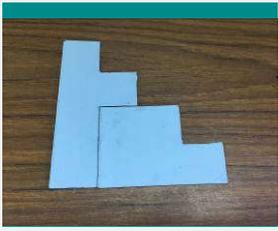
<p>1. <b>五連塊</b></p> <p>五格骨牌 (Pentomino)，又稱五連塊、傷腦筋十二塊。</p> <p>最早是英國人亨利·杜德耐於 1907 年所發明，書名《坎特伯雷趣題和其他奇特問題》</p>	
<p>(1) 反射或旋轉視作同一種共有十二種。</p> <p>(2) 可以英文字母代表。</p>	
<p>2. <b>三連塊</b></p> <p>三格骨牌 (Tromino)，又稱三連塊，是一種多格骨牌。</p> <p>每塊以三個全等的正方形連成，若一骨牌翻面或是旋轉後，仍視為同一種骨牌的話。</p>	
<p>(1) 共有兩種三格骨牌，可以由英文字母 I 和 L 代表。</p> <p>(2) 二種三格骨牌都是軸對稱，骨牌翻面之後圖案都和原來相同，因此仍然只有二種三格骨牌。</p>	
<p>3. <b>四連塊</b></p> <p>四格骨牌 (Tetromino)，又稱四連塊或四連方，是一種多格骨牌，每塊以四個全等的正方形連成。</p> <p>四格骨牌常出現在電子遊戲俄羅斯方塊中。</p>	
<p>(1) 反射或旋轉視作同一種共有五種，可以英文字母代表。</p> <p>(2) 四格骨牌屬於平面的圖案。</p>	

<p>4. <b>六連塊</b></p> <p>六格骨牌 (Hexomino)，又稱六連塊，是一種多格骨牌。</p>	
<p>(1)每塊以六個全等的正方形連成，</p> <p>(2)反射或旋轉視作同一種共有三十五種，可以英文字母代表。</p>	
<p>5. <b>七連塊</b></p> <p>七格骨牌 (Heptomino)，又稱七連塊，是一種多格骨牌。</p>	
<p>(1)每塊以七個全等的正方形連成，</p> <p>(2)反射或旋轉視作同一種共有一百零八種。</p>	

#### 四、資料分析、研究結果與討論

##### (一)五連塊特徵分類

分類依據	二塊五連塊 範例	分類依據	二塊五連塊 範例
中空		L 型	

<p>長條型</p>		<p>中心是 2x3 長方形</p>	
<p>中心是 2x4 長方形</p>		<p>中心是正方形</p>	
<p>凸1角</p>		<p>凸2角</p>	
<p>凸多角</p>		<p>階梯型</p>	

(二)如何發展一個五連塊配對及組合圖形的益智遊戲?

1. 考量因素：在做數學遊具時，我們分析了幾項在做遊具時考量的因素。

①五連塊遊具的材質：

我們比較了桌墊、厚紙板和軟性磁鐵

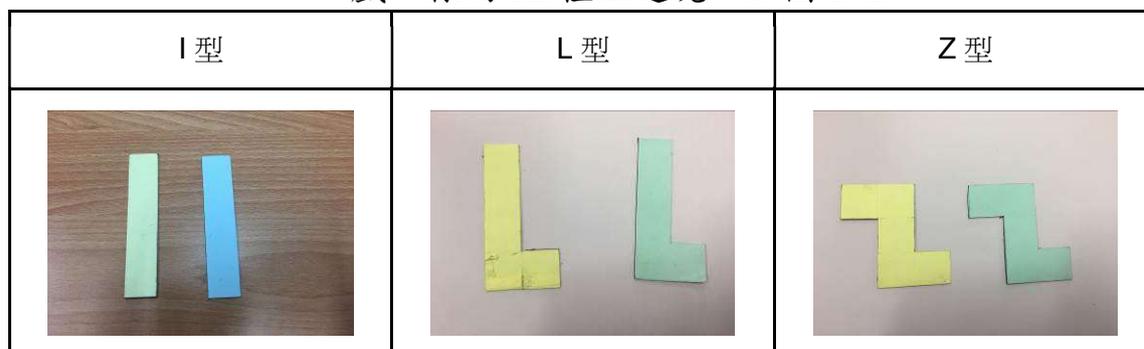
	優點	缺點
桌墊	1. 不易損壞 2. 較柔軟 3. 不易刺到	1. 切割時容易被美工刀割壞。
厚紙板	1. 底面耐磨 2. 較堅硬	1. 操作較久後，角邊容易損壞 2. 不易切割
軟性磁鐵	1. 有磁性 2. 不易損壞或折斷	1. 不能在磁性桌面上操作

最後，我們選擇了軟性磁鐵當遊具的材料，因為軟性磁鐵比較方便製作，也比較不容易損壞，且有磁力、較好收藏。

②遊戲關卡卡片：

- a. 我們選擇了名片卡，因為便宜又容易取得。
- b. 利用電腦繪圖，圖形較人工繪製工整，再利用列印貼紙將圖形題目和解答呈現，省時又可以多次製作新卡。

2. 五連塊製作：利用軟性磁鐵製作 12 種五連塊。製成和拼圖遊戲一樣的五連塊，如圖 5-1。



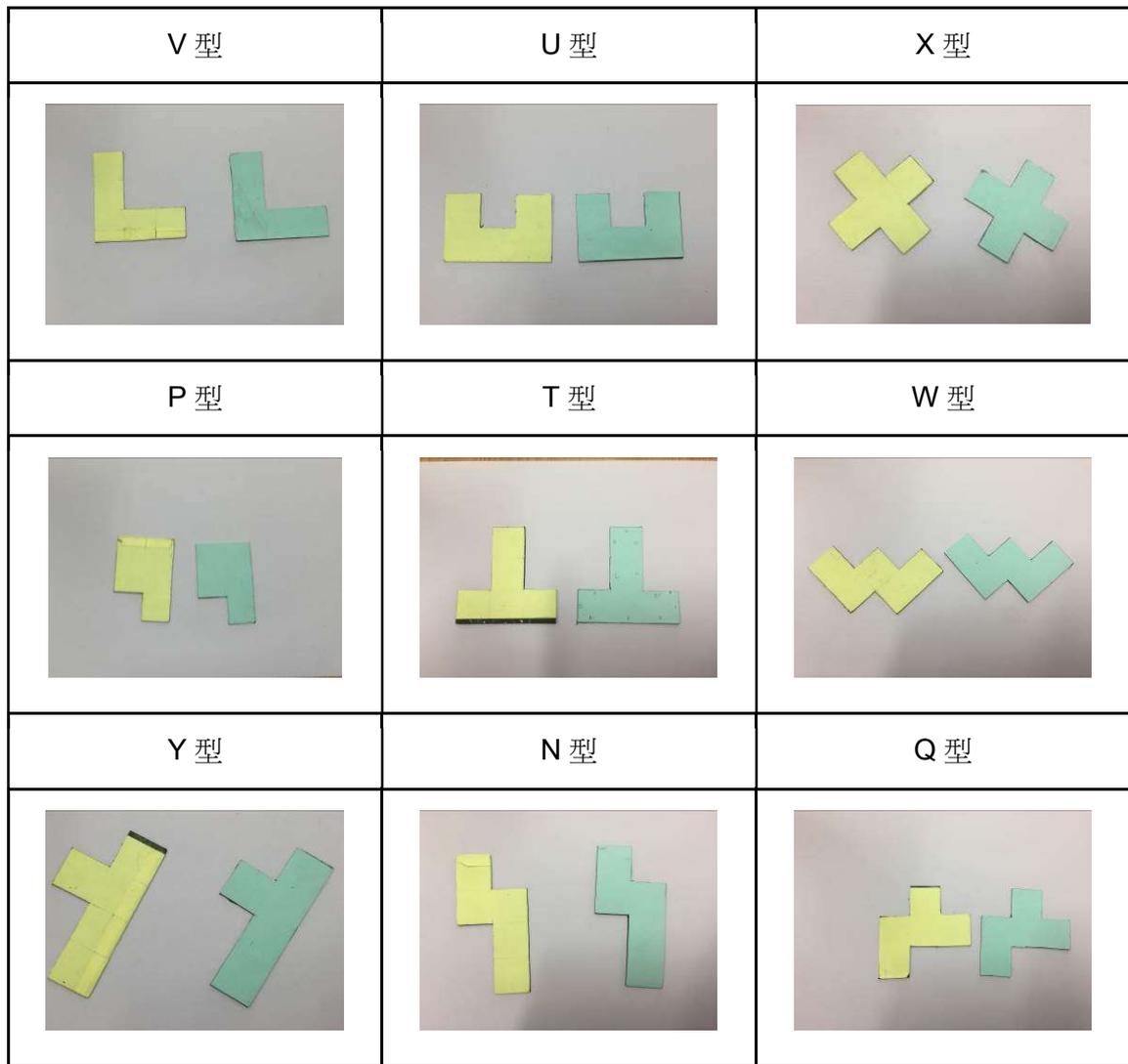
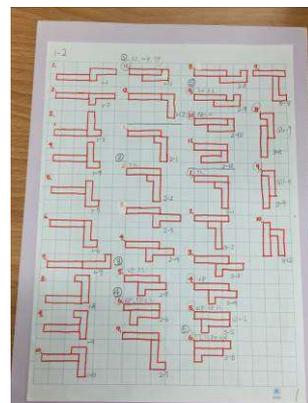


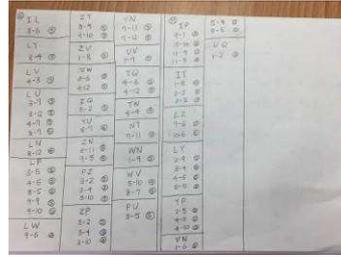
圖 5-1 軟性磁鐵做成的五連塊

### 3. 五連塊數學遊具製作流程：

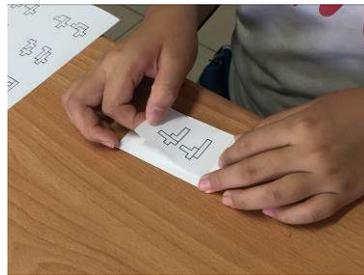
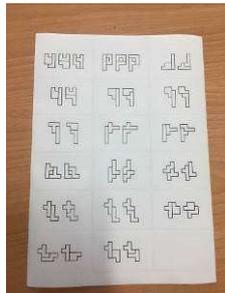
①先將五連塊各邊編號，分別編上 1-12 號，分別將兩塊五連塊配對，依序把 1-12 號拼排，找出所有有兩種以上拼排組合的圖形，並將圖形利用方格紙作記錄。



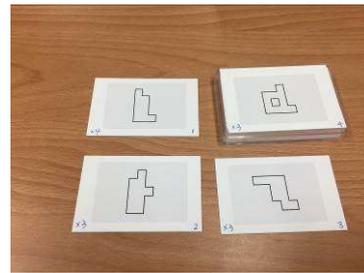
②篩選關卡圖形，依序紀錄和刪減，最後留下 35 個圖形。



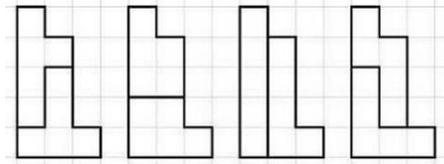
③把篩選後的圖形利用 excel 繪圖，並利用列印貼紙列印出來，再貼在關卡卡片上。



④在右下角寫上關卡編號，在左下角寫上可能的組合數。



⑤再將解答利用利用 excel 繪圖，並利用列印貼紙列印出來，貼在關卡卡片的另一面。



⑥利用家中不用的餅乾鐵盒當作數學遊具的盒子，並將表面加以裝飾，完成數學遊具的外盒。

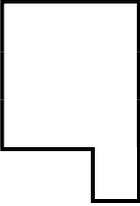
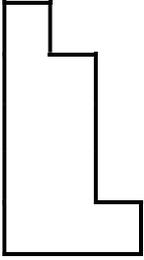
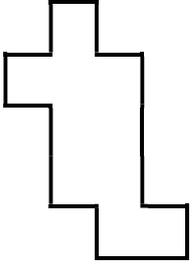
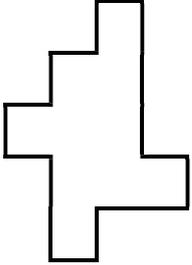


⑦完成的成品如右圖

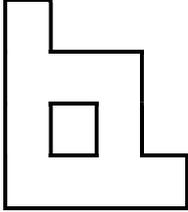
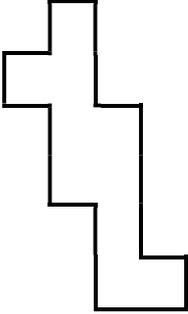
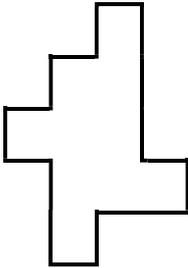
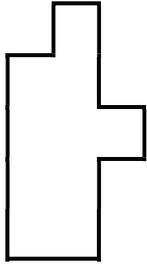
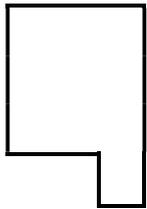


(三)找出兩塊五連塊組合且適合做遊戲卡圖形的題目有哪些？

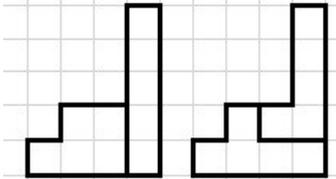
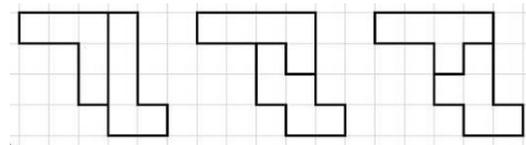
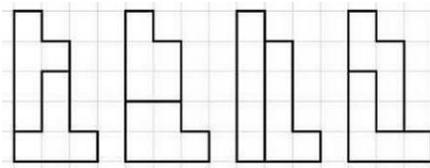
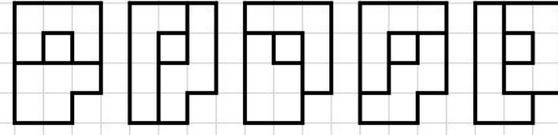
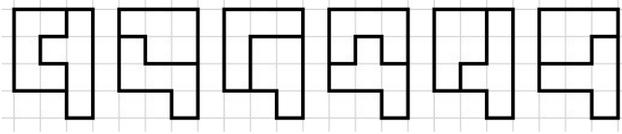
1.有幾個凸出來的角：凸角的定義是四個邊中，有凸出在原本的邊長之外的長方形或正方形。

種類	關卡數	範例
凸 1 個角	6 個	
凸兩個角	18 個	
凸三個角	9 個	
凸四個角	2 個	
合計	35 個	

2. 有幾格是連在一起的(長方形)：這個長方形的定義就是看這一個圖形裡面最大的長方形的長和寬

種類	關卡數	範例
中空	6	
2x2	3	
2x3	21	
2x4	4	
3x3	1	
合計	35	

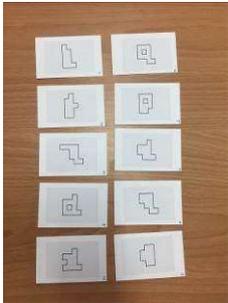
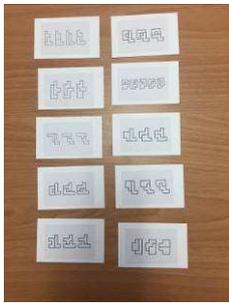
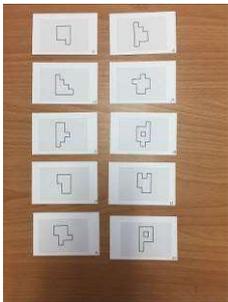
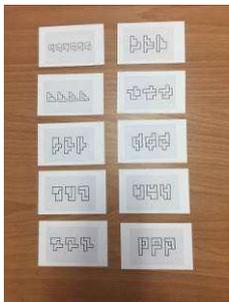
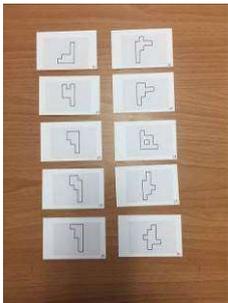
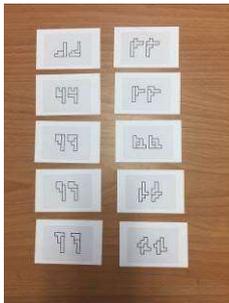
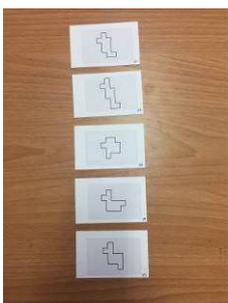
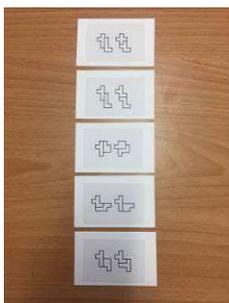
3. 有多少種組合成同一圖形的可能：利用 2 塊五連塊有多少種的情形可以排成一樣的組合圖形。

種類	關卡數	範例
2 種	15 個	
3 種	16 個	
4 種	2 個	
5 種	1 個	
6 種	1 個	
合計	35 個	

(四) 選取的方法：

我們是用答案個數、連在一起正方形的大小、凸角個數等條件來挑選關卡的圖形，如果太相近就刪除，最後選出 35 個關卡。

(五)完成的五連塊遊戲關卡：

遊戲卡 1~10 關題目	遊戲卡 1~10 關解答
	
遊戲卡 11~20 關題目	遊戲卡 11~20 關解答
	
遊戲卡 21~30 關題目	遊戲卡 21~30 關解答
	
遊戲卡 31~35 關題目	遊戲卡 31~35 關解答
	

## 五、評鑑與檢討

### 1. 在選擇五連塊材料階段：

我們在發展五連塊數學遊具時，尋找生活中適合當作五連塊的材料時花了不少時間，最後我們挑選厚紙板、軟性磁鐵和墊板，以這三樣在以下進行了比較利與弊及選擇的動作。

種類	利	弊
桌墊	1. 學生容易取得 2. 不需要做正反兩種	1. 塑膠材質，玩久了可能對身體有害 2. 材質過軟
軟性磁鐵	1. 可以固定在盒子上 2. 隨身攜帶方便 3. 不易弄丟 4. 可以長久保存	1. 尖銳的地方，會讓幼兒劃傷
厚紙板	1. 較不意發生意外 2. 不需要做正反兩種	1. 輕薄，十分容易弄丟 2. 易彎曲、損壞

做了以上分析，所得出的結果—軟性磁鐵較適合拿來做五連塊遊具盒。

### 2. 在兩塊五連塊拼排的階段：

1. 修正記錄拼排圖形的方式，找出及歸納可直接挑除的條件
2. 可尋找可利用的軟體，包含繪圖和拼排。

### 3. 在挑選適合做遊戲關卡的題目過程：

在兩塊五連塊組合的圖形中，我們利用特徵、凸角和組合個數來進行分類，共挑選了 35 個關卡。後來發現還有許多適合挑戰的組合圖形，因此未來的挑選，我們可以兩方面加以修正：

1. 可以增加新的挑選條件。
2. 可分為初級、中級、進階三大類，各 20、30、20 個關卡，也增加操作此遊具的難度。

## 六、參考資料

1. 賴韻如、莊芳儀、黃雅琳、田丞晏、陳義翔(民 99)。中華民國第五十屆中小學科學展覽會作品說明書：五方連塊之乾坤大挪移武功祕笈。取自 <http://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/50/pdf/080403.pdf>
2. 王俞量、吳立宇、郭庭好、張雯棋、鄧又宸(民 105)。中華民國第 56 屆中小學科學展覽會作品說明書：拼成長方形-五連塊探秘。取自 <http://science.ntsec.edu.tw/Science-Content.aspx?cat=80&a=6821&fld=&key=&isd=1&icop=10&p=3&sid=13350>
3. 陳瑞韓、陳薇琪(民 106)。用五連塊創造新世界-小小五連塊，大大魏德邁。(未發表)